ST-2
GAYA JEPIT UJUNG BALOK UNTUK BERBAGAI TIPE BEBAN DENGAN DEFORMASI GESER

Yoyong Arfiadi[1*], Richard Frans[2], Ade Lisantono[3]

[1] Departemen Teknik Sipil, Universitas Jaya Yogyakarta, Jalan Babarsari 44, Yogyakarta*
e-mail: yoyong.ar@uajy..ac.id
[2]Program Studi Teknik Sipil, Universitas Atma Jaya Makassar, Jl. Tanjung Alang No. 23, Makassar
e-mail: richardfrans.rf@gmail.com
[3] Departemen Teknik Sipil, Universitas Jaya Yogyakarta, Jalan Babarsari 44, Yogyakarta
e-mail: ade.lisantono@uajy.ac.id

ABSTRAK

Momen jepit merupakan gaya yang harus diketahui untuk menghitung gaya-gaya pada suatu struktur. Dalam tulisan ini dibahas pengaruh deformasi geser pada balok terjepit pada kedua ujungnya. Berbagai tipe beban, yaitu beban terpusat, beban merata, beban segitiga, dan beban trapesium akan dibahas. Beban-beban tersebut merupakan beban yang umumnya harus dipikul balok dalam suatu gedung. Persamaan-persamaan dengan memperhitungkan deformasi geser selanjutnya diturunkan dengan bantuan program Octave. Dalam hal ini fasilitas pemrograman simbolik digunakan untuk mendapatkan persamaan yang diharapkan. Untuk kondisi beban terpusat dan beban terbagi rata penuh sepanjang bentang digunakan persamaan yang terdapat dalam literatur. Untuk satu beban segitiga, dua beban segitiga, dan beban trapesium persamaan diturunkan berdasarkan kondisi beban terpusat. Dari persamaan yang ada, tampak bahwa tidak ada pengaruh deformasi geser pada momen jepit akibat beban terbagi rata, beban segitiga dan beban trapesium. Deformasi geser hanya berpengaruh pada momen jepit akibat beban terpusat.

Kata kunci: deformasi geser, momen jepit, Octave, pemrograman simbolik

PENDAHULUAN

Dalam analisis struktur dengan metode matriks kekakuan momen jepit diperlukan untuk mendapatkan gaya-gaya yang terjadi jika terdapat beban pada bentangan. Umumnya dalam analisis pengaruh deformasi geser tidak diperhitungkan, kecuali diinginkan hasil dengan akurasi tertentu. Walaupun demikian, karena saat ini umumnya digunakan program komputer untuk menganalisis struktur, maka tidak ada alasan untuk tidak memperhitungkan deformasi geser. Selain merupakan kondisi yang sebenarnya, hal ini juga dapat menambah akurasi hitungan.

Dalam analisis struktur dengan metode kekakuan, persamaan-persamaan diturunkan dengan berpedoman pada jumlah perpindahan pada titik nodal. Untuk itu beban pada bentangan harus ditransfer menjadi beban pada titik nodal, sebagai beban titik ekuivalen. Pada kondisi elemen struktur mempunyai beban pada bentangan, maka ujung-ujung batang dijepit dulu untuk mendapatkan gaya ujung jepit. Karena sebenarnya kondisi ujung-ujung batang adalah bebas, maka kekangan kemudian dilepas, gaya jepit ujung kemudian menjadi beban titik ekuivalen dengan arah yang dibalik dan disesuaikan dengan sumbu global struktur. Untuk itu diperlukan gaya jepit ujung batang sebagai bagian dari beban titik ekuivalen yang harus ditambahkan pada beban yang bekerja pada titik nodal.

Deformasi pada balok terlentur umumnya tidak memperhitungkan deformasi akibat geser dan dikenal sebagai balok Bernoulli, sedangkan balok yang memperhitungkan deformasi geser dikenal sebagai balok Timoshenko. *Review* tentang balok Timoshenko di antaranya dibahas dalam Elishakoff (2019). Pengaruh deformasi geser dalam analisis struktur rangka di antaranya dibahas dalam Kassimali (2021). Tinjauan pengaruh deformasi geser pada berbagai bahan juga banyak menjadi perhatian peneliti. Dung dkk. (2021) membahas pengaruh deformasi pada bahan *piezoelectric* 2D *functionally graded materials*. Persamaan orde-3 digunakan untuk melakukan analisis perilaku bahan *piezolectric bidirectional functionally graded materials*. Xiao dkk. (2023) melakukan identifikasi sifat-sifat struktur dengan memperhitungkan deformasi geser. Identifikasi kerusakan yang ditunjukkan dengan kedalaman korosi pada portal baja dianalisis dengan menggunakan ukuran *mean relative error*.

Dalam analisis struktur, umumnya perangkat lunak komersial yang ada seperti ETABS dan SAP secara *default* telah memperhitungkan deformasi geser sedangkan sebagian besar buku referensi yang ada, masih sangat sedikit yang membahas tinjauan deformasi geser dalam uraiannya. Dalam tulisan ini dibahas berbagai tipe beban yang bekerja pada balok seperti beban terpusat, beban merata, beban segitiga, dan beban trapesium, untuk menghitung momen jepit yang dapat digunakan untuk analisis struktur dengan metode kekakuan.

MOMEN JEPIT DENGAN PENGARUH DEFORMASI GESER

Nilai momen jepit balok diperlukan untuk analisis lanjutan dalam metode kekakuan. Dalam banyak hal, pengaruh deformasi geser umumnya tidak diperhitungkan. Namun untuk ketelitian, sebaiknya pengaruh deformasi geser diperhitungkan dalam hitungan. Beberapa perangkat lunak komersial secara *default* memperhitungkan deformasi geser dalam analisisnya. Dalam tulisan ini, momen jepit untuk berbagai kondisi beban diuraikan, agar diperoleh hitungan yang akurat. Untuk menyelesaikan persamaan digunakan program bantu Octave (https://octave.org) dengan fasilitas pemrograman simbolik.

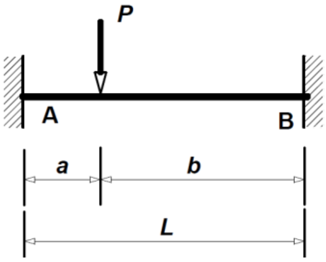
Momen jepit akibat beban terpusat

Ditinjau beban terpusat seperti ditunjukkan dalam Gambar 1. Momen-momen jeput akibat beban terpusat dengan memperhitungkan deformasi geser dapat dilihat pada Wang (1987). Menurut Wang momen jepit pada balok akibat beban terpusat dengan memperhitungkan deformasi geser dapat ditulis sebagai:

$$\bar{M}_A = \frac{Pab^2}{L^2}\left(\frac{1+\frac{6\beta}{bL}}{1+\frac{12\beta}{L^2}}\right) \qquad (1a)$$

$$\bar{M}_B = \frac{Pba^2}{L^2}\left(\frac{1+\frac{6\beta}{aL}}{1+\frac{12\beta}{L^2}}\right) \qquad (1b)$$

dengan $\bar{M}_A$= momen jepit ujung kiri, $\bar{M}_B$= momen jepit ujung kanan, P=beban terpusat, a= jarak dari ujung kiri balok ke beban terpusat balok, b= jarak dari ujung kanan balok ke beban terpusat, L= bentang balok, dan $\beta = \frac{\alpha EI}{GA}$, α=faktor koreksi luas geser, E = modulus elastik, I = momen inersia, G= modulus geser, dan A=luas tampang. Momen-momen yang terjadi dengan arah berlawanan.



Gambar 1. Balok terjepit dengan beban terpusat

Persamaan (1a-b) dapat disederhanakan menjadi:

$$\bar{M}_A = \frac{Pab(bL + 6\beta)}{L(L^2 + 12\beta)} \qquad (2a)$$

$$\bar{M}_B = \frac{Pab(aL + 6\beta)}{L(L^2 + 12\beta)} \qquad (2b)$$

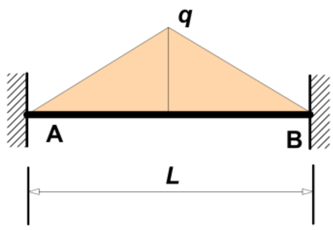
Berdasarkan hasil ini pengaruh deformasi geser ditunjukkan dengan nila β. Jika nila $\beta = 0$, maka nilai momen jepit sama dengan momen jepit tanpa pengaruh deformasi geser.

Momen jepit akibat beban segitiga

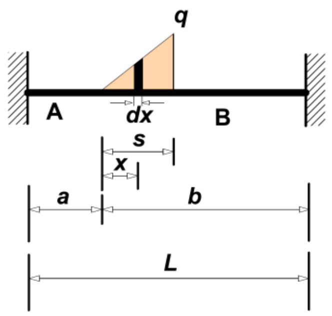
Momen jepit akibat beban segitiga seperti ditunjukkan pada Gambar 2 merupakan beban yang umumnya kita dapati dari beban lantai dengan panel plat bujur sangkar. Beban segitiga juga dapat terjadi yang berasal dari panel plat empat persegi panjang, yang bekerja pada balok yang lebih pendek.

Untuk menghitung momen jepit akibat beban segitiga pada Gambar 2, sebelumnya kita hitung dulu beban segitiga sembarang seperti ditunjukkan pada Gambar 3.

Akibat beban segitiga sembarang seperti ditunjukkan pada Gambar 3, ditinjau pias setebal dx dengan jarak x dari ujung segitiga. Ujung segitiga berjarak a dari ujung kiri balok, dan panjang segitiga sama dengan s. Dengan mengambil pias kecil sebagai beban titik, besarnya beban titik pada jarak x dari ujung beban adalah sebesar x⁄(s q dx). Dengan menggunakan persamaan (2a) dan (2b), maka momen-momen ujung batang dapat diperoleh dengan mengintegralkan beban dari 0 sampai dengan s, sehingga:



Gambar 2. Balok terjepit dengan beban segitiga



Gambar 3. Balok terjepit dengan beban segitiga sembarang

$$\bar{M}_A = \frac{1}{L(L^2 + 12\beta)} \int_0^s \left(\frac{x}{s} q\, dx\right)(a + x)(b - x)\{(b - x)L + 6\beta\}$$

atau menjadi:

$$\bar{M}_A = \frac{q}{sL(L^2 + 12\beta)} \int_0^s x\,(a + x)(b - x)\{(b - x)L + 6\beta\}dx \qquad (3a)$$

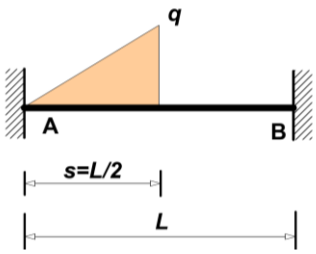
Dengan cara yang sama, dengan mengikuti persamaan (2b) diperoleh persamaan:

$$\bar{M}_B = \frac{1}{L(L^2 + 12\beta)} \int_0^s \left(\frac{x}{s} q\, dx\right)(a + x)(b - x)\{(a + x)L + 6\beta\}$$

atau menjadi:

$$\bar{M}_B = \frac{q}{sL(L^2 + 12\beta)} \int_0^s x\,(a + x)(b - x)\{(a + x)L + 6\beta\}dx \tag{3b}$$

Selanjutnya dengan menggunakan persamaan (3a) dan (3b), kita dapat menghitung momen jepit akibat beban segitiga sebagian yang terletak pada ujung kiri balok dengan panjang sama dengan *s* seperti ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Balok terjepit dengan beban segitiga setengah bentan

Momen jepit ujung A pada Gambar 4 dapat dihitung dari persamaan (3a) dengan mensubstitusikan *a* =0*, b* = *L*, dan *s* = *L/2*, sehingga diperole

$$\bar{M}_A = \frac{q}{\left(\frac{1}{2}L\right) L(L^2 + 12\beta)} \int_0^{L/2} x^2\,(L - x)\{(L - x)L + 6\beta\}dx$$

$$\bar{M}_A = \frac{2q}{L^2(L^2 + 12\beta)} \int_0^{L/2} x^2\,(L - x)\{(L - x)L + 6\beta\}dx \tag{4a}$$

Dengan cara yang sama, dari persamaan (3b) kita dapat memperoleh:

$$\bar{M}_B = \frac{2q}{L^2(L^2 + 12\beta)} \int_0^{L/2} x^2\,(L - x)(xL + 6\beta)dx \tag{4b}$$

Selanjutnya untuk mendapatkan momen jepit akibat beban segitiga penuh seperti pada Gambar 2, dapat diperoleh dengan menjumlahkan persamaan (4a) dan (4b) mengingat beban segitiga sebagian dapat dibalik secara cermin (*mirroring*), sehingga momen di ujung kiri sama dengan momen di ujung kanan yang merupakan penjumlahan dari persamaan (4a) dan (4b). Untuk menyelesaikan persamaan ini, digunakan fasilitas pemrograman simbolik dari Octave (https://octave.org). Untuk menggunakan pemrograman simbolik pada Octave, *package symbolic program* perlu dipanggil lebih dulu dengan perintah pkg *load symbolic* sebelum kita dapat menggunakannya. *Program Octave* untuk mendapatkan momen jepit akibat beban segitiga selanjutnya dapat dilihat pada Gambar 5.

```
%--
%---pkg load symbolic
syms x L beta q

f1= 2*q/(L^2*(L^2+12*beta))*x^2*(L-x)*((L-x)*L+6*beta);
Ma=int(f1,x,0,L/2)

f2=2*q/(L^2*(L^2+12*beta))*x^2*(L-x)*(x*L+6*beta);
Mb=int(f2,x,0,L/2)

MA=Ma+Mb

Ms=simplify(MA)

```

Gambar 5. Octave editor untuk hitungan momen jepit akibat beban segitiga

Jika dijalankan program tersebut pada *command window* akan dihasilkan seperti terlihat pada Gambar 6. Dari keluaran program Octave tampak bahwa momen jepit balok di ujung kiri:

$$\bar{M}_A = \frac{5}{96} q L^2 \tag{5a}$$

Karena simetrik, maka nilai momen pada ujung kanan juga sama, tetapi dengan arah yang berlawanan, yaitu:

$$\bar{M}_B = \frac{5}{96} q L^2 \tag{5b}$$

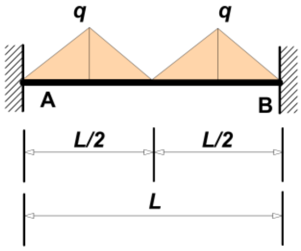
```
>> pkg load symbolic
>> Matsdl
Ma = (sym)

            5              4 /   2             \    3 /   2              \
           L *q           L *\- L *q - 3*beta*q/   L *\2*L *q + 12*beta*q/
  --------------------- + ---------------------- + -----------------------
     /   3            \       / 4       2     \        /   3            \
  16*\5*L  + 60*L*beta/    16*\L  + 12*L *beta/      8*\3*L  + 36*L*beta/

Mb = (sym)

              5               4 / 2             \         3
             L *q            L *\L *q - 6*beta*q/        L *beta*q
  - --------------------- + ---------------------- + ------------------
       /   3            \      /   4       2     \     / 3            \
    16*\5*L  + 60*L*beta/   16*\2*L  + 24*L *beta/   2*\L  + 12*L*beta/

MA = (sym)

    4 / 2             \     4 /   2             \        3                3 /   2              \
   L *\L *q - 6*beta*q/    L *\- L *q - 3*beta*q/       L *beta*q        L *\2*L *q + 12*beta*q/
  ---------------------- + ---------------------- + ------------------ + -----------------------
     /   4       2     \       / 4       2     \      / 3            \       /   3            \
  16*\2*L  + 24*L *beta/    16*\L  + 12*L *beta/    2*\L  + 12*L*beta/     8*\3*L  + 36*L*beta/

Ms = (sym)

     2
  5*L *q
  ------
    96

>>
```

Gambar 6. Keluaran program momen jepit akibat beban segitiga

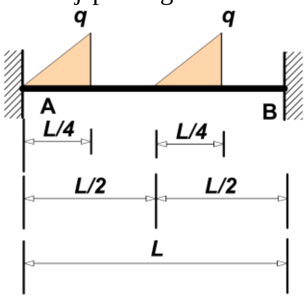
Dengan memperhatikan persamaan (5a) dan (5b), tampak bahwa momen jepit tidak dipengaruhi oleh deformasi geser, karena sama hasilnya dengan nilai momen jepit tanpa mengikutkan deformasi geser seperti pada Arfiadi (2011).

Momen jepit akibat dua buah beban segitiga

Momen jepit akibat dua beban segitiga simetri, yang mewakili beban pada balok induk arah pendek dengan panel plat empat persegi panjang dan di tengahnya terdapat balok anak dalam arah memanjang, dapat dihitung dengan cara yang sama. Balok pada Gambar 7 akibat dua buah beban segitiga dapat diturunkan berdasarkan kondisi dua buah beban segitiga sebagian, yang diletakkan pada ujung kiri dan tengah bentang, dengan panjang masing-masing beban sama dengan ¼ L seperti ditunjukkan pada Gambar 8.

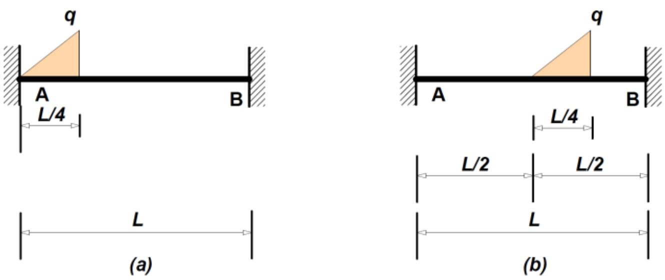


Gambar 7. Balok terjepit dengan dua buah beban segitiga



Gambar 8. Balok terjepit dengan dua buah beban segitiga sebagian

Sedangkan kondisi balok pada Gambar 8 dapat didekati dengan kondisi balok pada Gambar 9(a) dan 9(b)



Gambar 9. Balok terjepit dengan beban segitiga sebagian

Untuk kondisi balok pada Gambar 9(a), nilai momen di ujung A dan B dapat diperoleh dari persamaan (3a) dan (3b). Setelah memasukkan batas-batas integrasi yang sesuai diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\overline{M}_A = \frac{4q}{L^2(L^2+12\beta)}\int_0^{1/_4 L} x\,(L-x)L\{(L-x)L+6\beta\}dx \tag{6a}$$

$$\overline{M}_B = \frac{4q}{L^2(L^2+12\beta)}\int_0^{1/_4 L} x^2\,(L-x)L(xL+6\beta)dx \tag{6b}$$

Dengan cara yang sama untuk kondisi balok pada Gambar 9(b), momen-momen yang diturunkan berdasarkan persamaan (3a) dan (3b) dengan menginputkan batas-batas integrasi yang sesuai diperoleh:

$$\bar{M}_A = \frac{4q}{L^2(L^2+12\beta)} \int_0^{1/_4 L} x\left(\frac{L}{2}+x\right)\left(\frac{L}{2}-x\right)\left\{\left(\frac{L}{2}-x\right)L+6\beta\right\}dx \tag{7a}$$

$$\bar{M}_B = \frac{4q}{L^2(L^2+12\beta)} \int_0^{1/_4 L} x\left(\frac{L}{2}+x\right)\left(\frac{L}{2}-x\right)\left\{\left(\frac{L}{2}+x\right)+6\beta\right\}dx \tag{7b}$$

Dengan demikian kondisi balok dengan dua buah beban segitiga simetrik pada Gambar 7 dapat dihitung dengan menjumlahkan persamaan (6) sampai dengan persamaan (7) seperti ditunjukkan pada Gambar 10.

```
%--Momen jepit untuk 2 buah beban segitiga simetrik

syms x L beta q

f1=4*q*x^2*(L-x)*((L-x)*L + 6*beta)/(L^2*(L^2+12*beta));
Ma1=int(f1,x,0,L/4);   %-- use int for symbolic, integral for numeric

f2=4*q*x*(L/2+x)*(L/2-x)*((L/2-x)*L + 6*beta)/(L^2*(L^2+12*beta));   %--
Ma2=int(f2,x,0,L/4);

f3=4*q/(L^2*(L^2 + 12*beta))*x^2*(L-x)*(x*L+6*beta);
Mb1=int(f3,x,0,L/4);

f4=4*q/(L^2*(L^2 + 12*beta))*x*(L/2 + x)*(L/2 - x)*((L/2 + x)*L + 6*beta);
Mb2=int(f4,x,0,L/4);
%
M=Ma1+Ma2+Mb1+Mb2
Ms=simplify(M)
```

Gambar 10. Program Octave untuk menghitung momen jepit akibat dua buah beban segitiga

Hasil keluaran program terlihat pada Gambar 11. Dari Gambar 11, tampak bahwa tidak ada pengaruh deformasi pada momen jepit akibat dua buah beban segitiga simetrik. Nilai momen ini sama dengan hasil momen jepit dalam Arfiadi (2011) tanpa deformasi geser, yaitu:

$$\bar{M}_A = \frac{17}{384} qL^2 \tag{8a}$$

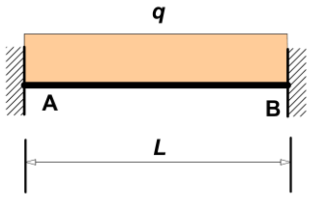
$$\bar{M}_B = \frac{17}{384} qL^2 \tag{8b}$$

```
Command Window

>> M2triangsd
M = (sym)

   4 /      2               \      4 / 2                \         3                  3 /    2                \      2
  L *\- 2*L *q - 6*beta*q/    L *\L *q - 6*beta*q/       L *beta*q            L *\4*L *q + 24*beta*q/    7*L *q
  ------------------------ + -------------------- + ------------------ + ----------------------- + ------
       / 4        2     \          / 4        2     \    / 3            \         /    3             \     256
   256*\L  + 12*L *beta/     256*\L  + 12*L *beta/   8*\L  + 12*L*beta/     64*\3*L  + 36*L*beta/

Ms = (sym)

      2
  17*L *q
  -------
    384
```

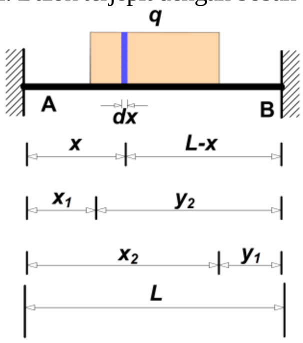
Gambar 11. Hasil program momen jepit untuk dua buah beban segitiga simetrik

Momen jepit akibat beban terbagi rata

Momen jepit akibat beban terbagi rata penuh seperti pada Gambar 12 dapat diturunkan juga dari hasil momen jepit beban titik pada persamaan (2a) dan (2b). Untuk itu ditinjau terlebih dahulu kondisi beban merata sebagian seperti terlihat pada Gambar 13. Dengan mengingat persamaan (2a) dan (2b), momen-momen ujung batang kondisi beban merata sebagian pada Gambar 13 dapat diturunkan menjadi:



Gambar 12. Balok terjepit dengan beban terbagi rata



Gambar 13. Balok terjepit dengan beban merata sebagian

$$\bar{M}_A = \frac{q}{L(L^2 + 12\beta)} \int_{x1}^{x2} x\,(L - x)L\{(L - x)L + 6\beta\}dx \qquad (9a)$$

$$\bar{M}_B = \frac{q}{L(L^2 + 12\beta)} \int_{x1}^{x2} x\,(L - x)(xL + 6\beta)dx \qquad (9b)$$

Berdasarkan persamaan (8a) dan (8b) selanjutnya dapat dibuat program Octave untuk menghitung momen jepit akibat beban merata penuh, dengan batasan yang sesuai. Program dapat dilihat pada Gambar 14, sedangkan hasil program jika dijalankan dapat dilihat pada Gambar 15.

```
%---pkg load symbolic

%--Beban terbagi rata penuh

syms x L beta q x1 x2

 f1=q/(L*(L^2 + 12*beta))*x*(L-x)*((L-x)*L + 6*beta);
 Ma=int(f1,x,0,L)
 MA=simplify(Ma)

 f2=q/(L*(L^2+12*beta))*x*(L-x)*(L*x+6*beta);
 Mb=int(f2,x,0,L)
 MB=simplify (Mb)
```

Gambar 14. Program untuk menghitung gaya jepit akibat beban merata penuh

```
>> Mqfullunifsd
Ma = (sym)

         4              3 /      2              \     2 / 2                \
        L *q           L *\- 2*L *q - 6*beta*q/    L *\L *q + 6*beta*q/
  -------------- + ------------------------ + --------------------
      2                   3                           2
   4*L  + 48*beta       3*L  + 36*L*beta           2*L  + 24*beta

MA = (sym)

   2
  L *q
  ----
   12

Mb = (sym)

           4              3 / 2              \      2
          L *q           L *\L *q - 6*beta*q/    3*L *beta*q
  - -------------- + -------------------- + ------------
        2                   3                  2
     4*L  + 48*beta       3*L  + 36*L*beta     L  + 12*beta

MB = (sym)

   2
  L *q
  ----
   12
```

Gambar 15. Hasil program momen jepit oleh beban merata

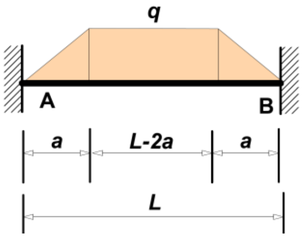
Berdasarkan hasil tersebut, tampak bahwa deformasi geser tidak berpengaruh terhadap momen jepit akibat beban merata penuh, yaitu:

$$\bar{M}_A = \frac{1}{12} q L^2 \tag{10a}$$

$$\bar{M}_B = \frac{1}{12} q L^2 \tag{10b}$$

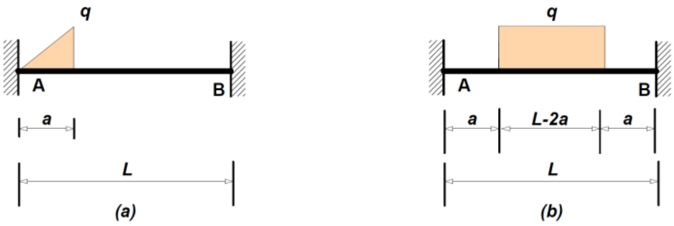
Momen jepit akibat beban trapesium

Beban trapesium merupakan beban yang harus dipikul balok yang panjang pada panel plat berbentuk empat persegi panjang, seperti tampak pada Gambar 16.



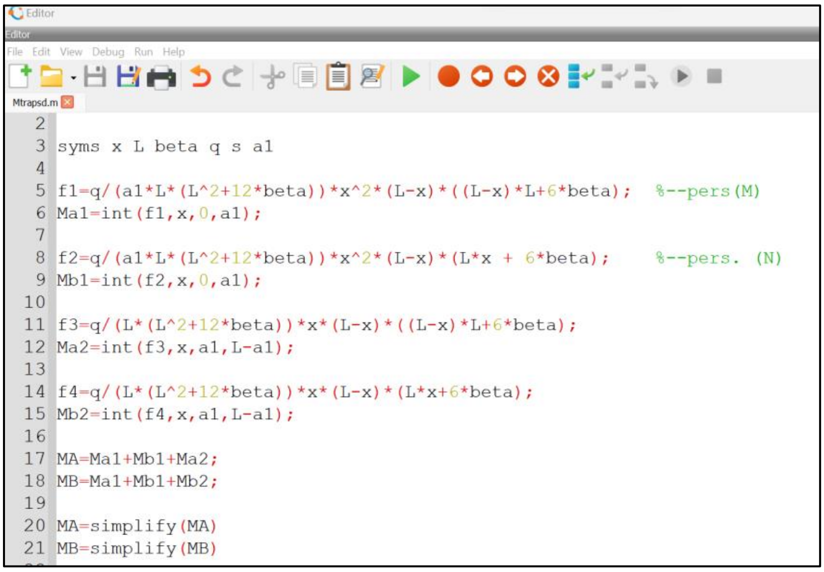
Gambar 16. Balok terjepit dengan beban trapesium

Untuk mendapatkan momen jepit akibat beban trapesium dapat didekati dengan kondisi-kondisi beban segitiga dan beban merata sebagian yang telah dibahas pada uraian-uraian sebelumnya, seperti ditunjukkan pada Gambar 17.

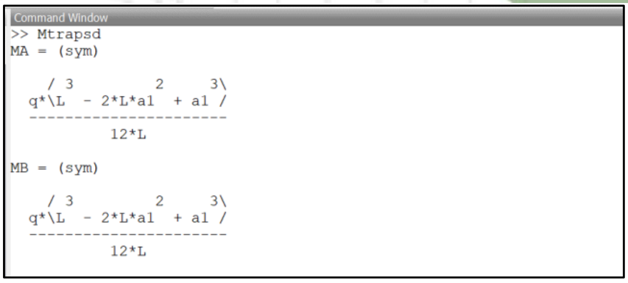


Gambar 17. Balok terjepit dengan beban segitiga dan beban merata sebagian

Berdasarkan Gambar 17. Dapat dibuat program dalam Octave untuk menghitung momen jepit akibat beban trapesium pada Gambar 16. Program Octave dapat dilihat pada Gambar 18. Hasil program terlihat pada Gambar 19.



Gambar 18. Program untuk menghitung momen jepit akibat beban trapesium



Gambar 19. Hasil program momen jepit akibat beban trapesium

Dari hasil tersebut momen jepit balok akibat beban trapesium adalah:

$$\bar{M}_A = \frac{1}{12L} q(L^3 - 2La^2 + aL^3) \quad (11a)$$

$$\bar{M}_B = \frac{1}{12L} q(L^3 - 2La^2 + aL^3) \quad (11b)$$

Atau ditulis secara lain:

$$\bar{M}_A = \frac{1}{12} qL^2 \left\{1 - 2\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \left(\frac{a}{L}\right)^3\right\} \quad (12a)$$

$$\bar{M}_B = \frac{1}{12} qL^2 \left\{1 - 2\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \left(\frac{a}{L}\right)^3\right\} \quad (12b)$$

KESIMPULAN

Hitungan momen jepit pada balok dengan berbagai kondisi beban telah dibahas dalam tulisan ini. Persamaan yang diturunkan diperoleh dengan bantuan perangkat lunak Octave dengan fasilitas pemrograman simbolik. Pada kondisi beban terpusat, terdapat pengaruh deformasi geser pada momen jepit, sedangkan pada kondisi beban lain, yaitu beban segitiga penuh simetrik, dua buah beban segitiga, beban terbagi rata penuh, dan beban trapesium, yang merupakan beban umum yang mungkin terjadi dari kontribusi beban plat, deformasi geser tidak berpengaruh pada besarnya momen jepit..

DAFTAR PUSTAKA

Arfiadi, Y. (2011). Analisis struktur dengan metode matriks kekakuan. Cahaya Atma Pustaka, Yogyakarta

Dung, N.T., Minh, P.V., Hung, H.M., Tien, D.M. (2021). The third-order shear deformation theory for modeling the static bending and dynamic responses of piezoelectric bidirectional functionally graded plates. Advances in Materials Sciences and Engineering. Article ID 5520240.

Elishakoff, I (2019). Who developed the so-called Timoshenko beam theory. Mathematics and Mechanics of Solids, 1–20. DOI: 10.1177/1081286519856931. SAGE.

Kassimali, A. (2021). Matrix analysis of structures, Cengage Learning, Stamford, CT

Octave (2023). https://octave.org (diakses September 2023).

Wang, CK. (1987). Intermediate structural analysis, McGraw Hill, NY.

Xiao, F., Ahu, W., Meng, X., Chen, G.S. (2023). Parameter identification of frame structures by considering shear deformation. International Journal of Distributed Sensor Networks, Volume 2023, Article ID 6631716, 12 pages, https://doi.org/10.1155/2023/6631716.